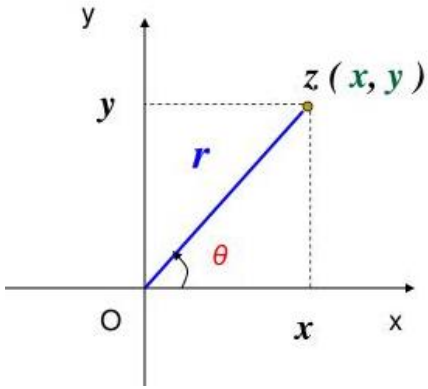
الأعداد المركبة

Complex Numbers

I. تعاريف – أساسيات

1. العدد التخيلي (المركب)

المستوي المركب



$z = x + jy \quad j^2 = -1, \quad j = \sqrt{-1}$

- طويلة العدد المركب : $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- عمدة العدد المركب: $\theta = arg(z) = arctan\left(\frac{y}{x}\right)$
- العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية والقطبية:

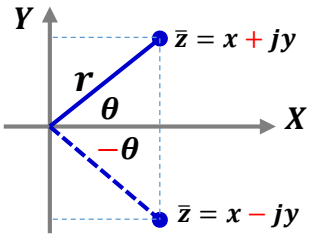
$x = rcos\theta, \qquad y = rsin\theta$

2. أشكال كتابة الأعداد المركبة

الشكل الأسي	الشكل القطبي	الشكل المثلثي	الشكل الإعتيادي الكارتيزي
$z = re^{j\theta}$	$z = r\angle\theta$	$z = r(cos\theta + jsin\theta)$	$z = x + jy$

3. مرافق عدد مركب

الشكل الأسي	الشكل القطبي	الشكل المثلثي	الشكل الكارتيزي
$\bar{z} = re^{-j\theta}$	$\bar{z} = r\angle -\theta$	$\bar{z} = r(cos\theta - jsin\theta)$	$\bar{z} = x - jy$



4. قوانين

قانون أولر Euler's Exponential Representation	$z = e^{\pm j\theta} = cos\theta \pm jsin\theta$
قانون دو موافر De Moivre's Law	$z^n = \left(re^{\pm j\theta}\right)^n = r^n e^{\pm jn\theta} = r^n(cos\, n\theta \pm jsin\, n\theta)$

II. عمليات على الأعداد المركبة

ملاحظة: يفضل إستعمال الشكل الكارتيزي الإعتيادي في عمليتي الجمع و الطرح، بينما يفضل إستعمال الشكلين الأسي أو القطبي في عمليتي الضرب و القسمة.

1. عمليتي الجمع والطرح

$z_1 = x_1 + jy_1,\ z_2 = x_2 + jy_2,\quad z_1 = r_1 e^{j\theta_1},\ z_2 = r_2 e^{j\theta_2},\quad z_1 = r_1\angle\theta_1,\quad z_2 = r_2\angle\theta_2,\quad z_1 = r_1(cos\theta_1 + jsin\theta_1),\ z_2 = r_2(cos\theta_2 + jsin\theta_2)$

الجمع	الطرح
$z_1 + z_2 = (x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2) = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$	$z_1 - z_2 = (x_1 + jy_1) - (x_2 + jy_2) = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$

2. عمليتي الضرب والقسمة

$z_1 = x_1 + jy_1,\ z_2 = x_2 + jy_2,\quad z_1 = r_1 e^{j\theta_1},\ z_2 = r_2 e^{j\theta_2},\quad z_1 = r_1\angle\theta_1,\quad z_2 = r_2\angle\theta_2,\quad z_1 = r_1(cos\theta_1 + jsin\theta_1),\ z_2 = r_2(cos\theta_2 + jsin\theta_2)$

الضرب	القسمة
$z_1 \times z_2 = r_1 e^{j\theta_1} \times r_2 e^{j\theta_2} = r_1 r_2 e^{j(\theta_1+\theta_2)},\quad r = r_1 r_2, \theta = \theta_1 + \theta_2$	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{j\theta_1}}{r_2 e^{j\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1-\theta_2)},\quad r = \frac{r_1}{r_2},\quad \theta = \theta_1 - \theta_2$
$z_1 \times z_2 = (r_1\angle\theta_1) \times (r_2\angle\theta_2) = r_1 r_2\angle\theta_1 + \theta_2, r = r_1 r_2, \theta = \theta_1 + \theta_2$	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1\angle\theta_1}{r_2\angle\theta_2} = \frac{r_1}{r_2}\angle\theta_1 - \theta_2,\quad r = \frac{r_1}{r_2},\quad \theta = \theta_1 - \theta_2$